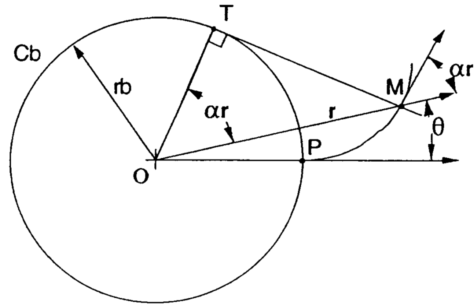
Fiche ressource sur les "corrections de denture"

I. RAPPELS SUR LE PROFIL EN DÉVELOPPANTE DE CERCLE

La plupart des engrenages possèdent **des dents en développante de cercle**. Une développante de cercle est une courbe définie par l'ensemble des points M, tels que :

$$\boxed{\overline{TM} = \text{arc}(TP)}$$

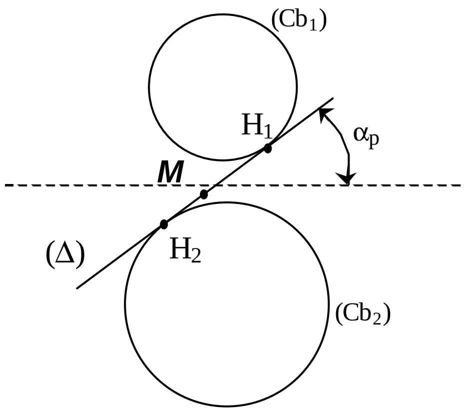


Le cercle (Cb) définissant la développante de cercle est appelé **cercle de base**.

<u>Intérêt des profils en développante de cercle :</u>

Si on considère un engrenage (ensemble de deux roues dentées en contact), les **profils** des dents en développante de cercle sont **conjugués** :

$\forall\, M \in [H_1H_2]$, les développantes de cercle sont tangentes en M.



Dans le cas de dentures droites, la **résultante des efforts** dus aux contacts entre les dents présente une direction portée par l'axe Δ, repérée par α_p : angle de pression. Cette direction est **constante** au cours de l'engrènement : cette propriété est très intéressante du point de vue du comportement dynamique, puisqu'elle limite les vibrations.

II. GÉNÉRATION DES DÉVELOPPANTES ET NOTION DE DÉPORT

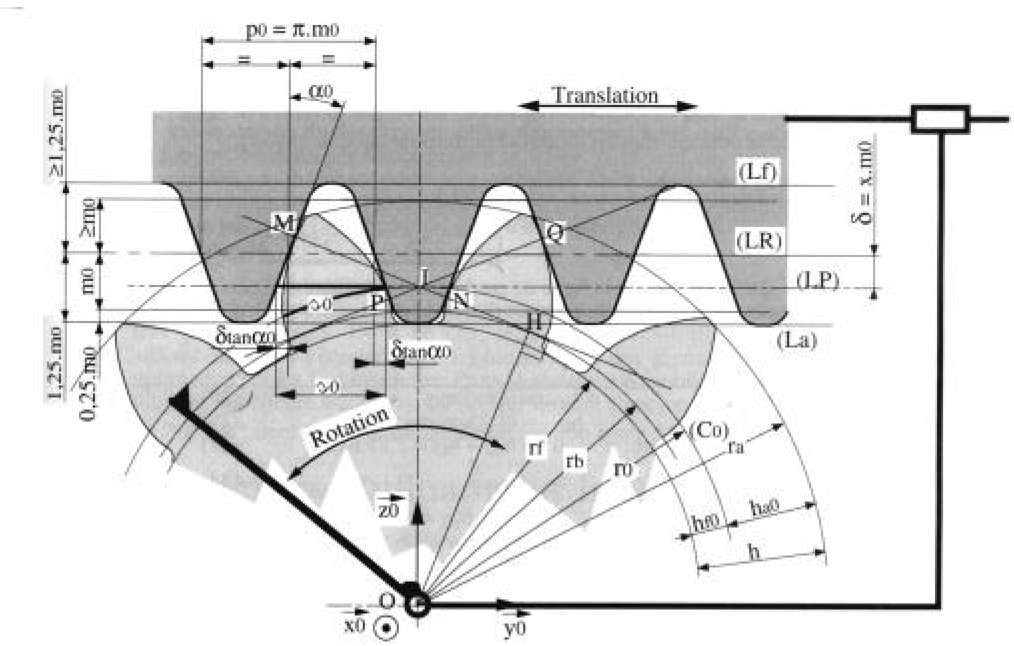
1) Les différents outils de taillage

On peut distinguer trois types d 'outils de taillage :

- l'outil crémaillère ;
- l'outil pignon, utilisé notamment pour l'usinage de dentures intérieures ;
- l'outil fraise mère, utilisé notamment pour l'usinage des dentures hélicoï dales.

La notion de déport est ici introduite grâce au cas du taillage par **l'outil crémaillère**.

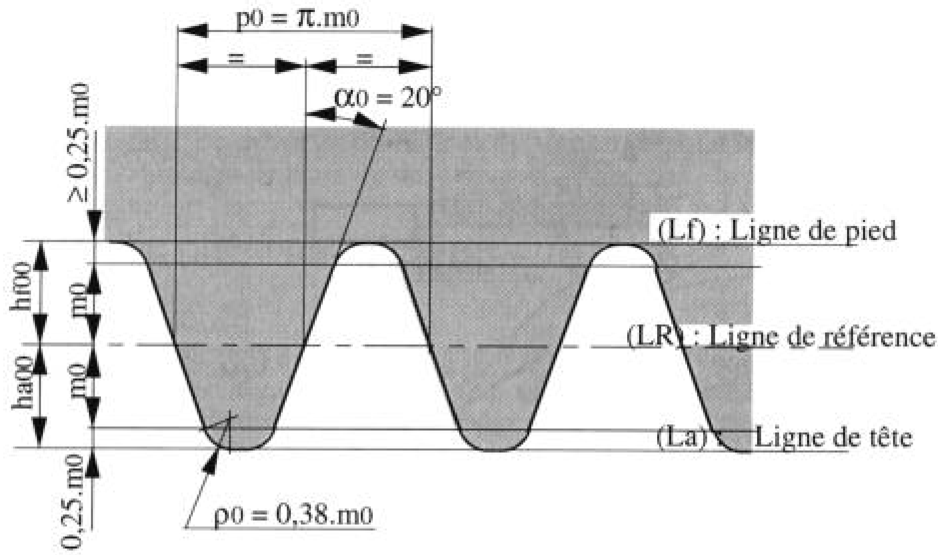
2) Taillage par outil crémaillère



Pour obtenir un profil en développante de cercle, il faut générer un mouvement équivalent à du roulement sans glissement, entre la crémaillère et le pignon. Pour cela, on peut par exemple générer un mouvement de **rotation** pour la pièce à usiner, et de **translation** pour la crémaillère.

De façon plus fréquente, les deux mouvements (translation et rotation) sont effectués par le pignon à usiner. Au cours de ce mouvement, l'enveloppe des flancs de crémaillère est une développante de cercle.

La crémaillère utilisée est une **crémaillère normalisée**. Sa forme est définie en particulier par sa **ligne de référence** (LR). Pour tailler un engrenage sans déport de denture, cette ligne est placée **tangente au cercle primitif** du pignon à tailler (cercle défini par $\mathbf{r_0 = 1/2.m_o.Z}$).



3) Notion de déport

Dans certains cas, on **décale** (en s'avançant ou en reculant) la **ligne de référence** de l'outil crémaillère par rapport à la **ligne primitive**, tangente au cercle primitif de référence. On obtient alors un **pignon corrigé** avec **déport de denture**. On appelle (cf. figure page précédente) :

$\mathbf{d = x.m_0}$ = déport de denture (en mm)	**x** = coefficient de déport (réel sans unité)

La **valeur** de ce coefficient de déport va impliquer de nombreuses conséquences sur la **forme** de la dent et le **fonctionnement** de l'engrenage.

III. INFLUENCES DU DÉPORT DE DENTURE

Dans le paragraphe précédent ont été introduites les proportions normales de denture, générées notamment par l'utilisation d'un outil-crémaillère, ainsi que les modules normalisés. Mais ces proportions ne permettent pas toujours d'obtenir un fonctionnement correct pour un engrenage simple constitué de deux roues (indicées **1** et **2** par la suite).

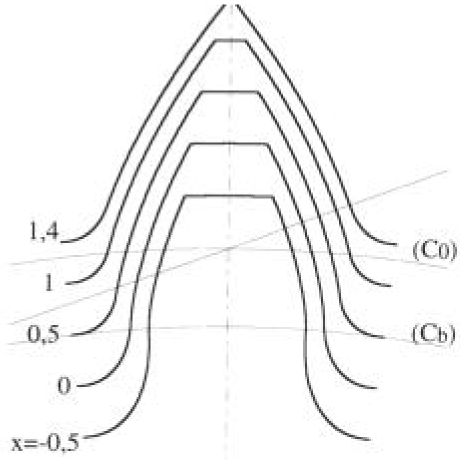
C'est pourquoi on fait alors appel aux **corrections de denture** ou **déports** (repérés $\mathbf{d_1}$ et $\mathbf{d_2}$) lors de l'usinage des deux roues, des **modifications** qui restent **purement géométriques** et qui ne nécessitent pas l'utilisation d'un outillage spécialisé (**aucune augmentation du coût** de fabrication). Nous allons observer par la suite l'influence du déport sur une roue droite seule (à **denture droite** ou **hélicoïdale** : même principe) puis sur un engrenage constitué de deux roues avec déports respectifs.

1) Influence du déport sur la forme d'une denture (droite ou hélicoï dale)

On ne considère généralement pas le coefficient de déport $\mathbf{x_1}$ sur une roue **1** indépendamment de son association avec $\mathbf{x_2}$ sur une roue **2**, par l'intermédiaire d'un engrénement. Observons néanmoins l'influence de la variation de **x** sur la forme d'une dent, pour en déduire quelques règles de taillage à respecter.

La figure ci-après permet de visualiser **l'influence de x** sur la forme de la dent et sa position relative par rapport à la **géométrie de référence** (soit **x = 0**, le cercle de base $\mathbf{C_b}$ et le cercle primitif d'engrènement $\mathbf{C_0}$).

- ***Si x > 0 :*** *l'épaisseur au pied de la dent* s_b *augmente (plus de rigidité, la dent resiste mieux aux efforts tangentiels) mais la dent devient aussi plus pointue (attention au risque de tête tronquée - on ne respecte plus alors la norme de hauteur :* $h = 2{,}25.m_0$ *ainsi que l'épaisseur curviligne minimale de tête* $s_a > 0{,}2.m_0$*) ;*
- ***Si x < 0 :*** *la dent se creuse progressivement au niveau de son pied (risque de fragilisation si x est trop important) au contraire de l'épaisseur de tête qui augmente.*



Il convient également de considérer ici les "**interférences primaires de taille**" : lors du mouvement de génération de la denture par l'outil-crémaillère, il se peut qu'un des points de l'outil recoupe au niveau du pied de la dent le profil déjà usiné ⇒ le profil enveloppe en développante de cercle est alors tronqué, il n'y a plus de continuité de tangence et en plus : un risque d'amorce de rupture pour la dent. Ceci n'est à considérer que pour les roues avec peu de dents.

- *Une étude complète sur les interférences conduit à vérifier la relation suivante, si on veut éviter le phénomène :*

$$\boxed{Z \geqslant 2.(1 - x) / \sin^2\alpha_0}$$

- *Application : pour x = 0 et* $\alpha_0 = 20°$ ⇒ $Z_{mini} = 2 / \sin^2 20° = 17{,}10$ soit 17 dents.

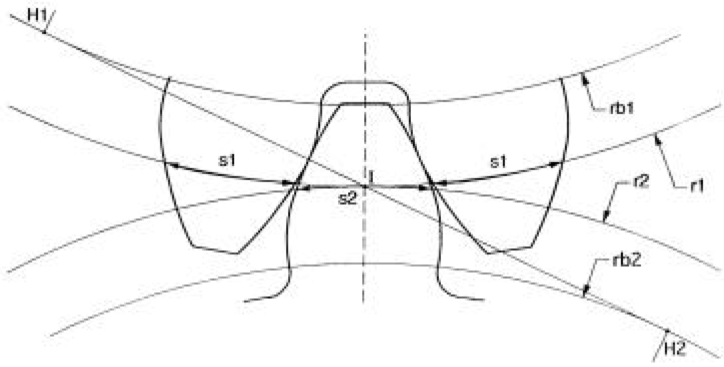
En pratique, le choix d'un coefficient de déport **x** est **limité** : **x < 0,8** (pour éviter d'avoir des dents tronquées) et **x ⩾ -0,5** (pour éviter les concentrations de contraintes et les interférences au pied de dent). Cela conduira à choisir une somme des déports dans un engrenage telle que :

$$\boxed{-1 \leqslant x_1 + x_2 \leqslant +1{,}5}$$

2) Influence du déport sur un engrenage extérieur à denture droite

a) Condition de fonctionnement sans jeu

Pour que deux roues dentées **1** et **2** engrènent correctement, il convient de vérifier un certain nombre de paramètres (comme tout d'abord l'égalité des modules $\mathbf{m_{01} = m_{02}}$) , mais également une condition de fonctionnement sans jeu angulaire, pour éviter notamment les vibrations.



- *La condition de fonctionnement sans jeu angulaire associée au roulement sans glissement au point I se traduit par :*

$$\boxed{s1 + s2 = \text{pas de fonctionnement} = p = \pi.m}$$

avec m = module de fonctionnement.

- *Une étude complète sur le fonctionnement sans jeu d'un engrenage extérieur permet de déduire de la condition précédente la relation fondamentale :*

$$\boxed{\text{inv } \alpha = \text{inv } \alpha_0 + 2.\tan \alpha_0.\ (x_1 + x_2)/(Z_1 + Z_2) \qquad \text{avec inv } \alpha = \text{fonction "involute"} = \tan \alpha - \alpha}$$

Le respect de cette relation complémentaire entraîne la considération des **paramètres de fonctionnement** ($\boldsymbol{\alpha}$, **m** et **a** issus du fonctionnement sans jeu) en plus des **paramètres de référence** ($\boldsymbol{\alpha_0}$ et $\mathbf{m_0}$ issus du taillage). En conclusion, on doit donc respecter toutes les équations suivantes :

$d_{01} = m_0.Z_1$	$d_{02} = m_0.Z_2$	⇒	$a_0 = (d_{01} + d_{02})/2$	
$d_1 = m.Z_1$	$d_2 = m.Z_2$	⇒	$a = (d_1 + d_2)/2$ et $r = d_1/d_2 = Z_1/Z_2$	*(entiers)*
$m.\cos \alpha = m_0.\cos \alpha_0$ ou $a.\cos \alpha = a_0.\cos \alpha_0$				*(conjugaison des profils en développante)*
$\text{inv } \alpha = \text{inv } \alpha_0 + 2.\tan \alpha_0.\ (x_1 + x_2)/(Z_1 + Z_2)$				

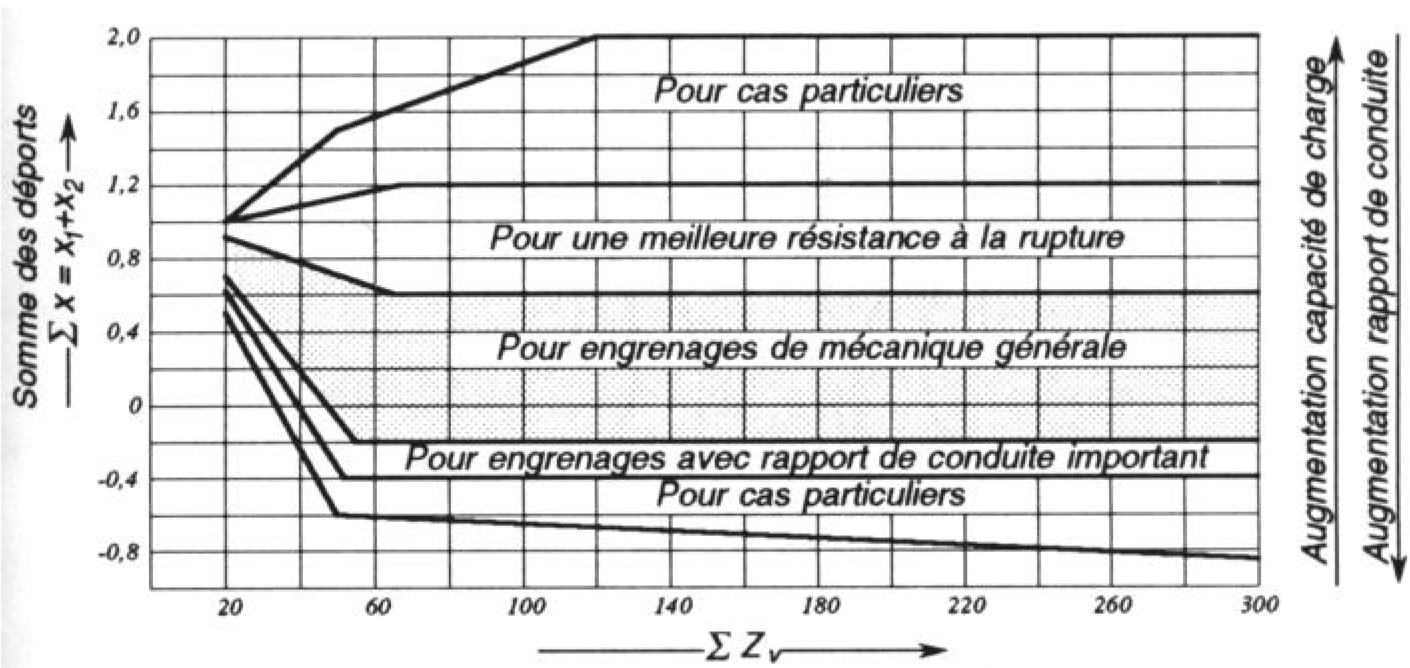
b) Cas de figure rencontrés

L'analyse du système d'équations présenté ci-dessus conduit à plusieurs possibilités pour aboutir au dimensionnement géométrique final d'un engrenage :

- **Engrenage normal, sans déport de denture :** c'est le cas classique où $\mathbf{x_1 = x_2 = 0}$ et ainsi $\boldsymbol{\alpha = \alpha_0}$, $\mathbf{m = m_0}$, $\mathbf{a = a_0}$, $\mathbf{d_1 = d_{01}}$ et $\mathbf{d_2 = d_{02}}$.
- **Engrenage corrigé, sans variation d'entraxe :** cas où $\mathbf{x_1 \neq 0}$ et $\mathbf{x_2 \neq 0}$ mais $\mathbf{x_1 + x_2 = 0}$. Cela implique que l'on retrouve : $\boldsymbol{\alpha = \alpha_0}$, $\mathbf{m = m_0}$, $\mathbf{a = a_0}$, $\mathbf{d_1 = d_{01}}$ et $\mathbf{d_2 = d_{02}}$ Ce cas n'a d'intérêt que si l'on s'intéresse également à l'influence des déports sur l'équilibrage à l'usure ou à la résistance en flexion au pied de la dent (cf. chapitres suivants).

  *Nota : on ne pourra pour ce cas respecter simultanément un rapport de réduction **r** et un entraxe **a** donnés et exacts. En effet, la résolution des équations précédentes impose de choisir des valeurs entières pour Z_1 et Z_2.*
- **Engrenage corrigé, avec variation d'entraxe :** cas où $\mathbf{x_1 \neq 0}$, $\mathbf{x_2 \neq 0}$ et $\mathbf{x_1 + x_2 \neq 0}$. Cela implique forcément : $\boldsymbol{\alpha \neq \alpha_0}$, $\mathbf{m \neq m_0}$, $\mathbf{a \neq a_0}$, $\mathbf{d_1 \neq d_{01}}$ et $\mathbf{d_2 \neq d_{02}}$ On se retrouve en général face à deux possibilités :
  - ***L'entraxe a est imposé :*** *les données à fournir devront être alors m_0 , α_0 , **r** = rapport approximatif de réduction. On recherchera d'abord Z_1 et Z_2 puis a_0 et ensuite α. Il restera à calculer alors $x_1 + x_2$, d_1 et d_2 puis **m**. Le choix final de x_1 et x_2 pourra se traiter avec une étude d'équilibrage à l'usure ou à la résistance au pied de dent.*
  - ***La somme des coefficients $x_1 + x_2$ est imposée :*** *les données à fournir devront être alors m_0 , α_0 , $x_1 + x_2$, **r** = rapport approximatif de réduction et a_{mini}. On recherchera d'abord Z_1 et Z_2 puis a_0 et ensuite α. Il restera à calculer alors **a**, **m** ainsi que d_1 et d_2. On pourra reprendre le calcul si on est finalement en dessous de a_{mini}. Le choix final de x_1 et x_2 pourra se traiter avec une étude d'équilibrage à l'usure ou à la résistance au pied de dent.*

Diagramme ISO-AFNOR :
recommandation sur la somme des déports



Nota : on remarque sur ce diagramme qu'une somme des coefficients de déport trop importante ($x_1 + x_2$) diminue le rapport de conduite de l'engrenage (C_α = valeur moyenne de dents en prise – il est souhaitable d'obtenir $C_\alpha \geqslant 1,5$ pour un fonctionnement silencieux).

c) Équilibrage à l'usure

Il existe du **glissement relatif** au niveau du contact entre dents menantes et menées dans un engrenage (même si l'on sait que deux roues roulent sans glisser par définition au niveau du point I = point de tangence des deux cercles primitifs).

Ce glissement conditionne l'usure progressive des dents et donc le rendement de la transmission. Un engrenage est dit **équilibré à l'usure** lorsque les dents de la roue **1** s'usent à la même vitesse que les dents de la roue **2**. Cela revient à valider une équation de la forme suivante :

$\boxed{Z_1.y_1.U(N_1 , \alpha) = Z_2.y_2.U(N_2 , \alpha)}$ *y_i et $U(N_i , \alpha)$ dépendent entre autre des déports de denture*

Si les coefficients de **déports sont inconnus**, on pourra utiliser à la fois l'équation de fonctionnement **sans jeu** ainsi que **l'équilibrage à l'usure** pour déterminer la répartition exacte entre $\mathbf{x_1}$ et $\mathbf{x_2}$. Il faudra faire attention néanmoins à ne pas choisir des valeurs déraisonnables.

d) Équilibrage des glissements spécifiques

L'équilibrage à l'usure présenté ci-dessus est en fait peu utilisé, au contraire de ce que l'on appelle **l'équilibrage aux glissements spécifiques**, plus pratique pour déterminer les valeurs des **déports**. Cela revient à équilibrer les risques de grippage sur chaque pignon. On vérifiera alors l'égalité suivante :

$\boxed{g_{s1}\ max = g_{s2}\ max}$ *g_{si} = glissement spécifique du pignon i, choisi comme critère d'usure*

e) Équilibrage à la résistance à la flexion en pied de dent

La méthode utilisée repose sur une inégalité à vérifier : $\boxed{\sigma_{max} < \sigma_{autorisée}}$

On appelle $\boldsymbol{\sigma_{max}}$ = contrainte maximale au pied de dent, dans une section critique de référence selon les théories de la résistance des matériaux, corrigée par un certain nombre de facteurs qui dépendent notamment de la géométrie de la dent et de la répartition des charges. $\boldsymbol{\sigma_{admissible}}$ est la contrainte limite de base à la rupture, corrigée également par un certain nombre de facteurs.

On peut donc utiliser également cet équilibrage à la résistance au pied de dent pour déterminer la répartition des coefficients de déport $\mathbf{x_1}$ et $\mathbf{x_2}$ connaissant leur somme.

3) Conclusions

La détermination des coefficients de déport dans un engrenage se fera souvent en recherchant un compromis parmi tous les critères d'optimisation suivants :

- éviter les interférences de taillage (si Z est faible) ;
- rechercher un fonctionnement sans jeu (obligatoire !) ;
- obtenir un rapport de conduite satisfaisant (très conseillé) ;
- s'adapter à un entraxe de fonctionnement (imposé entre arbres, dans une BDV) ;
- équilibrer les glissements spécifiques (critère d'usure) ;
- équilibrer la résistance à la flexion en pied de dent (étude dynamique).